

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 21. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązańa zadań od 22 do 31. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań możnatrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!



ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Wyrażenie $\sqrt[3]{4} \cdot 16 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ zapisane w postaci potęgi liczby 2, to:

- A. $2^{-\frac{7}{3}}$ B. $2^{-\frac{4}{3}}$ C. $2^{\frac{25}{6}}$ D. $2^{\frac{26}{6}}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Zmieszano 200 litrów mleka 2% i 50 litrów mleka 4%. Otrzymano mleko, które ma w sobie $p\%$ tłuszcza. Wynika stąd, że:

- A. $p = 3$ B. $p = 2,4$ C. $p = 2,5$ D. $p = 3,2$

Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba $a = \log 25^4 + \log 4^4$. Wynika stąd, że:

- A. $a = 4$ B. $a = 8$ C. $a = 8 + \log 29$ D. $a = 8 + \log 29$

Zadanie 4. (1 pkt)

Jeśli $A = \langle -4, 5 \rangle$, $B = \{5, 6\}$, to różnica $A \setminus B$ jest równa:

- A. $\langle -4, 5 \rangle$ B. $\langle -4, 6 \rangle$ C. $\langle -4, 5 \rangle \cup \{6\}$ D. $\langle -4, 5 \rangle \cup (5, 6)$

Zadanie 5. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{(3 + \sqrt{7})^2}$ jest równa:

- A. -1 B. -5 C. $-1 - 2\sqrt{7}$ D. $-5 + 2\sqrt{7}$

Zadanie 6. (1 pkt)

Zbiór liczb, których odległość na osi liczbowej od liczby (-9) jest równa 4, można opisać równaniem:

- A. $|x + 9| = 4$ B. $|x - 9| = 4$ C. $|x - 4| = 9$ D. $|x + 4| = 9$

Zadanie 7. (1 pkt)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - x^2$. Wartość tego wielomianu w punkcie $\sqrt{2} + 1$ jest równa:

- A. $-3\sqrt{2} - 8$ B. $\sqrt{2} - 6$ C. $3\sqrt{2} + 4$ D. $3\sqrt{2} - 10$

Zadanie 8. (1 pkt)

Jeśli do wykresu funkcji wykładniczej f należy punkt $P = (-1, 3)$, to funkcja ta określona jest wzorem:

- A. $f(x) = 3^x$ B. $f(x) = 9^x$ C. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ D. $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$

Zadanie 9. (1 pkt)

Przedział $(-6, 11)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

- A. $(x + 6)(11 - x) > 0$ B. $(x - 6)(11 - x) < 0$ C. $(x + 6)(x - 11) > 0$ D. $(x - 6)(11 + x) < 0$

Zadanie 10. (1 pkt)

Zbiór rozwiązań równania $(x - 1)^2 = x^2 - 2(x + 1) + 3$ to:

- A.** $\{0\}$ **B.** $\{1\}$ **C.** R **D.** \emptyset

Zadanie 11. (1 pkt)

Proste o równaniach $l: 2x - 3y = 5$ i $k: (m + 1)x - y = 4$ są równoległe. Wynika stąd, że:

- A.** $m = -3$ **B.** $m = \frac{1}{3}$ **C.** $m = -\frac{1}{3}$ **D.** $m = 1$

Zadanie 12. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = (m^2 - m)x - 3$ jest funkcją stałą. Wynika stąd, że:

- A.** $m = 1$ **B.** $m = 0$ **C.** $m = -1 \vee m = 0$ **D.** $m = 1 \vee m = 0$

Zadanie 13. (1 pkt)

Funkcja określona wzorem $f(x) = x^2 + x - 4$ nie przyjmuje wartości:

- A.** -5 **B.** -4 **C.** 0 **D.** 2

Zadanie 14. (1 pkt)

Odległość wierzchołka paraboli $f(x) = x^2 - 10x + 8$ od osi OX jest równa:

- A.** 5 **B.** 17 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{17}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji $y = (x - 5)(x + 15)$ jest prosta o równaniu:

- A.** $y = -5$ **B.** $y = 5$ **C.** $x = -5$ **D.** $x = 5$

Zadanie 16. (1 pkt)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{3}{x}$. Wartość tej funkcji w punkcie $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ jest równa:

- A.** $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ **B.** $3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ **C.** $\frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{7}$ **D.** $\frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{7}$

Zadanie 17. (1 pkt)

Jeśli przyprostokątne trójkąta prostokątnego są równe 6 i 3, a najmniejszy kąt ma miarę α , to wyrażenie $W = \sin \alpha \cos \alpha$ ma wartość:

- A.** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Zadanie 18. (1 pkt)

Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 12, a trzeci wyraz jest równy 5. Wzór na ogólny wyraz tego ciągu to:

- A.** $a_n = 26 - 7n$ **B.** $a_n = 12 + 7n$ **C.** $a_n = 12 + 5n$ **D.** $a_n = 12n + 5$

Zadanie 19. (1 pkt)

Dany jest ciąg geometryczny o wyrazie ogólnym $a_n = -5(-3)^n$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A.** -135 **B.** -45 **C.** 45 **D.** 135

Zadanie 20. (1 pkt)

Jeżeli promień podstawy stożka zwiększymy o 20%, a wysokość zmniejszymy o 20%, to objętość stożka:

- A. nie zmieni się B. zwiększy się o 15,2%
C. zwiększy się o 1,52% D. zmniejszy się o 4%

Zadanie 21. (1 pkt)

Średnia ważona danych z tabeli:

| | | | | |
|---------------|---|---|---|---|
| Wartość danej | 4 | 5 | 6 | 8 |
| Waga | 2 | 1 | 1 | 3 |

jest równa:

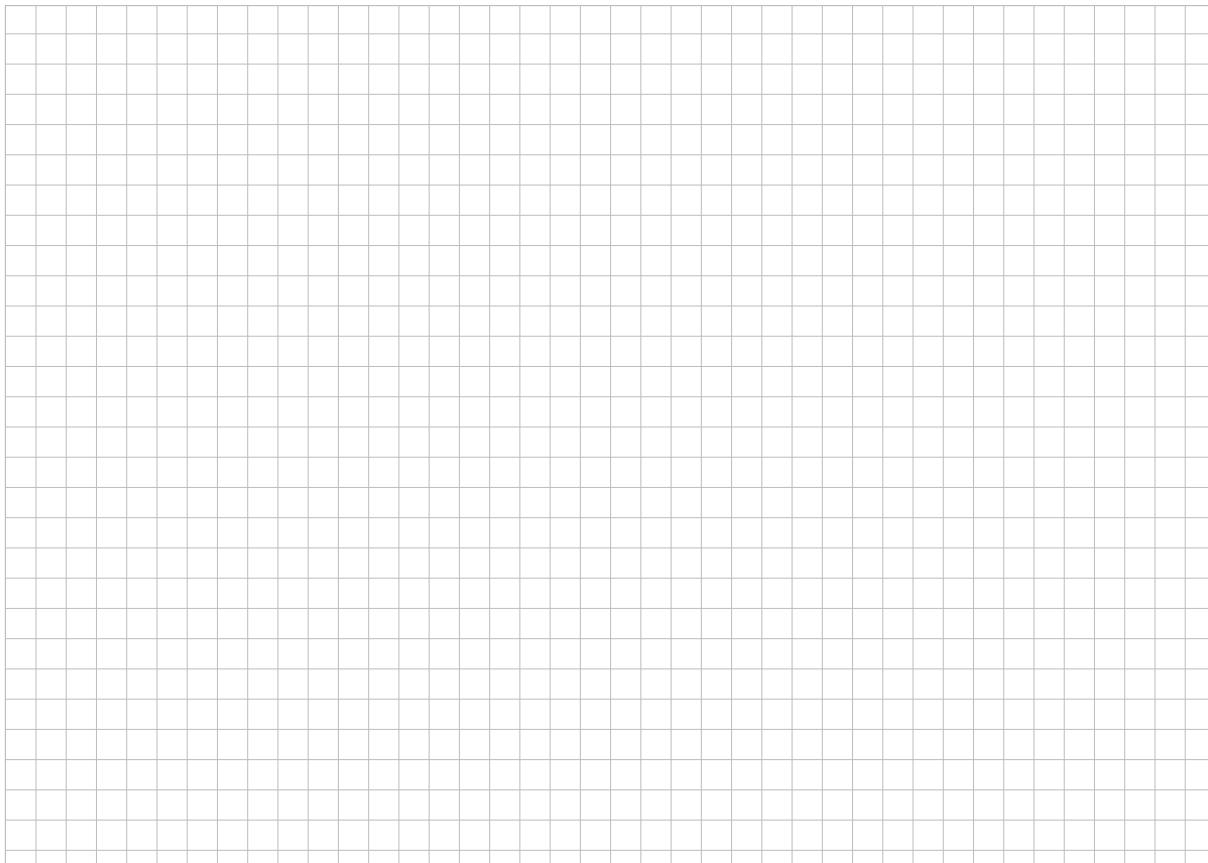
- A. 2,3 B. 5,8 C. 5,75 D. 14,5

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 22. do 31. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 22. (2 pkt)

Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej $y = -2x + 8$ przechodzącej przez punkt $A = (6, -1)$.



Zadanie 23. (2 pkt)

Kąt α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 4$. Wyznacz sinus i cosinus tego kąta.

Zadanie 24. (2 pkt)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{3x^2 - 2x}$.

Zadanie 25. (2 pkt)

Średnia arytmetyczna liczb: $-2, 2, 4, 6, 8, x$ jest równa 5. Wyznacz liczbę x .

Zadanie 26. (2 pkt)

Wykaż, że liczba $x = 4^n - 5 \cdot 2^{n+1} + 25$ jest dla dowolnej liczby naturalnej n kwadratem liczby całkowitej.

Zadanie 27. (2 pkt)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{dla } x \in (-4, -1) \\ x^2 - 4x & \text{dla } x \in [-1, 5] \end{cases}$.

**Zadanie 28. (2 pkt)**

Liczby $2x - 3, 5x, x - 7$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz liczbę x .



Zadanie 29. (4 pkt)

Okrąg o równaniu $x^2 - 6x + y^2 - 2y + 2 = 0$ i prosta $x + 3y + 2 = 0$ przecinają się w punktach A, B . Wyznacz długość cięciwy AB tego okręgu.



Zadanie 30. (5 pkt)

Rzucono 8 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, że wyrzucono orła:

- a) co najmniej raz,
- b) dokładnie 1 raz.

Zadanie 31. (6 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędzie boczne są dwa razy dłuższe od krawędzi podstawy.

- a) Wyznacz sinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.
- b) Wyznacz długość krawędzi podstawy, tak aby objętość ostrosłupa wynosiła $\frac{2}{3}\sqrt{11}$.