ARKUSZ 5
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 21. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 22. do 32. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Wartość wyrażenia $W = \sqrt[3]{16} - 2\sqrt{50} + 4\sqrt{32} - \sqrt[3]{250}$ jest równa:

A. $2\sqrt[3]{4} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt[3]{10}$ **B.** $-3\sqrt[3]{2} + 6\sqrt{2}$ **C.** $2\sqrt[3]{4} - 26\sqrt{2} - 5\sqrt[3]{10}$ **D.** $-3\sqrt[3]{2} - 26\sqrt{2}$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Liczba 120 jest o 50% większa od liczby x. Wynika stąd, że:

A. $x = 200$ **B.** $x = 180$ **C.** $x = 80$ **D.** $x = 60$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Jeśli $\log_2 7 = a$, to liczba $\log_2 56$ jest równa:

A. $8a$ **B.** $a + 8$ **C.** $3a$ **D.** $a + 3$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Jeżeli $\frac{9x^2 - 16y^2}{3x - 4y} = 25$, to:

A. $3x + 4y = 25$ **B.** $3x - 4y = 25$ **C.** $3x + 4y = 5$ **D.** $3x - 4y = 5$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Sześcian liczby $2 + \sqrt{3}$ jest równy:

A. 7 **B.** $15\sqrt{3} + 26$ **C.** 11 **D.** $35 + 12\sqrt{7}$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Zosia czyta k stron w ciągu m godzin. Wynika stąd, że w ciągu $m + 5$ godzin przeczyta stron:

A. $\frac{k(m+5)}{m}$ **B.** $\frac{5m}{k}$ **C.** $\frac{k}{m} + 5$ **D.** $\frac{k+5}{m}$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Jeżeli $2x - 5 = \sqrt{3}x - 1$, to:

A. $x = \frac{4}{2\sqrt{3}}$ **B.** $x = \frac{-6}{2\sqrt{3}}$ **C.** $x = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}$ **D.** $x = \frac{-6}{2 - \sqrt{3}}$

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Wyrażenie $W = \frac{(2x+3)^2}{\left(4x^2 - 9\right)^2}$ po skróceniu ma postać:

A. $\frac{1}{2x - 3}$ **B.** $\frac{1}{2x + 3}$ **C.** $\frac{1}{(2x+3)^2}$ **D.** $\frac{1}{(2x-3)^2}$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Równanie $x^2 - 6x + c = 0$ nie ma rozwiązania, gdy:

A. $c \in (9, +\infty)$ **B.** $c \in \langle 9, +\infty)$ **C.** $c \in (-\infty, 9)$ **D.** $c \in (-\infty, 9\rangle$

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Zbiorem rozwiązań nierówności $16 - x^2 > 0$ jest:

A. $(-\infty, 4)$ **B.** $(4, +\infty)$ **C.** $(-4, 4)$ **D.** $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Suma ciągu arytmetycznego jest określona wzorem $S_n = 3n^2 + 6n$. Drugi wyraz tego ciągu jest równy:

A. 24 **B.** 15 **C.** 6 **D.** 2

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy $\log_5 3$, a drugi wyraz $\log_5 15$. Różnica tego ciągu to liczba:

A. $\log_5 45$ **B.** $\log_5 12$ **C.** 12 **D.** 1

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Ciąg $\left(\log_2 \frac{1}{16}, x, -1\right)$ jest geometryczny. Wynika z tego, że:

A. $x = -\frac{1}{16}$ **B.** $x = \frac{1}{16}$ **C.** $x = -\frac{1}{4} \vee x = \frac{1}{4}$ **D.** $x = -2 \vee x = 2$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Nieprawdą jest, że:

A. $\sin 25^\circ < \sin 34^\circ$ **B.** $\mathrm{tg} 2^\circ < \mathrm{tg}\, 64^\circ$ **C.** $\cos 15^\circ < \cos 24^\circ$ **D.** $\cos 23^\circ > \cos 44^\circ$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Prosta o równaniu $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ jest nachylona do osi OX pod kątem α, takim, że:

A. $\alpha = 30^\circ$ **B.** $\alpha = 45^\circ$ **C.** $\alpha = 60^\circ$ **D.** $\alpha > 60^\circ$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Stosunek długości podstawy do ramienia trójkąta równoramiennego jest równy 2 : 3. Ramię jest nachylone do podstawy pod kątem α, takim, że:

A. $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ **D.** $\sin = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Zadanie 17. (1 pkt)

W trójkącie jeden z kątów jest o 20° większy od najmniejszego, a trzeci kąt jest trzykrotnie większy od najmniejszego. Najmniejszy z kątów tego trójkąta ma miarę:

A. $7{,}5^\circ$ **B.** 32° **C.** 40° **D.** 54°

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Dany jest trójkąt ABC o kącie 80° przy wierzchołku C. Kąt między dwusieczną tego kąta a wysokością poprowadzoną z wierzchołka C ma miarę 15°. Wynika stąd, że kąt ABC jest równy:

A. 15° **B.** 35° **C.** 75° **D.** 105°

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Wysokość trójkąta prostokątnego poprowadzona z wierzchołka kąta prostego ma długość 4. Wysokość ta dzieli przeciwprostokątną na dwa odcinki, z których jeden ma długość 2. Przeciwprostokątna jest równa:

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** 8 **D.** 10

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Z przeciwległych wierzchołków kwadratu o boku 1 zatoczono koła o promieniu 1. Pole części wspólnej tych kół jest równe:

A. $\frac{1}{4}\pi$ **B.** $\frac{1}{2}\pi$ **C.** $\frac{1}{4}(\pi-2)$ **D.** $\frac{1}{2}(\pi-2)$

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Suma miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego jest równa 1800°. Wynika stąd, że liczba boków tego wielokąta jest równa:

A. 5 **B.** 7 **C.** 10 **D.** 12

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 22. do 31. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 22. (*2 pkt*)

Dany jest wierzchołek trójkąta równobocznego $C=(-4,2)$. Bok AB zawarty jest w prostej o równaniu $2x+4y-5=0$. Wyznacz długość boku tego trójkąta.

Zadanie 23. (*2 pkt*)

Dane są dwa przeciwległe boki kwadratu $A=(1,-3), C=(-5,-1)$. Wyznacz obwód tego kwadratu.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

Wyznacz współrzędne środka i promień okręgu o równaniu $x^2-4x+y^2+12y+31=0$.

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej o równaniu $y = -4x + 3$ przechodzącej przez punkt $P = (12, -8)$.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Wysokość prostopadłościanu o podstawie kwadratowej jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy. Objętość prostopadłościanu jest równa $6\sqrt{3}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Średnia arytmetyczna liczb a, b, c jest równa 15. Oblicz średnią arytmetyczną liczb $a+7, b+3, c+8$.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Zdarzenia $A, B \subset \Omega$ spełniają warunki $P(A') = \frac{1}{3}$, $P(B') = \frac{2}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{4}$. Wyznacz $P(A \cup B)$.

Zadanie 29. (*4 pkt*)

Jasiek zatrudnił się na początku wakacji do zbierania truskawek. Każdego dnia zbierał taką samą liczbę kilogramów i w sumie uzbierał 72 kilogramy. Gdyby każdego dnia zbierał o 2 kilogramy więcej, to tę samą ilość truskawek uzbierałby w czasie krótszym o trzy dni. Oblicz, ile kilogramów truskawek zbierał Jasiek każdego dnia i w ciągu ilu dni je zbierał.

Zadanie 30. (*5 pkt*)

W trójkącie prostokątnym ABC dane są $|AC| = 12$, $|\angle CAB| = 60^\circ$. Poprowadzono prostą równoległą do przeciwprostokątnej AB dzielącą bok AC w stosunku $1 : 5$, licząc od wierzchołka C. Prosta ta przecina bok AC w punkcie M, a bok BC w punkcie N. Oblicz pole trapezu $ABNM$.

Zadanie 31. (*6 pkt*)

Metalową kulę o promieniu $R = 3\,\mathrm{cm}$ przetopiono na stożek. Tworząca stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α, takim, że $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Wyznacz promień podstawy tego stożka.