ARKUSZ 9
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 23. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 24. do 32. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Liczbą mniejszą od zera jest liczba:

A. -3^2 **B.** $(-3)^2$ **C.** $\sqrt{2} - 1,4142$ **D.** $|3,14 - \pi|$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Liczba $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{5}$ jest równa liczbie:

A. $\sqrt[24]{5}$ **B.** $\sqrt[10]{5}$ **C.** $\sqrt[12]{5^5}$ **D.** $\sqrt[5]{5^{12}}$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Liczba $\log_3(\log 30 - \log 3)$ jest równa liczbie:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Zbiorem rozwiązań nierówności jest $(-3,11)$. Nierówność może mieć postać:

A. $|x+4| < 7$ **B.** $|x-4| < 7$ **C.** $|x+4| > 7$ **D.** $|x-4| > 7$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Po rozłożeniu wielomianu $W(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 15$ otrzymujemy:

A. $W(x) = (x-5)(x-3)(x+3)$ **B.** $W(x) = (x+5)(x-3)(x+3)$

C. $W(x) = (x+5)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$ **D.** $W(x) = (x-5)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Wartość wielomianu $W(x) = 2x - x^2 - x^3$ dla $x = -3$ jest równa:

A. -42 **B.** -24 **C.** 12 **D.** 30

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Po wykonaniu działań w wyrażeniu $W = \frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}$ otrzymamy:

A. $\frac{1}{x-1}$ **B.** $\frac{-1}{x-1}$ **C.** $\frac{-1}{x(x-1)}$ **D.** $\frac{1}{x(x-1)}$

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Liczba $\left(\sqrt{2}+4\right)^3$ jest równa:

A. $88 + 50\sqrt{2}$ **B.** $90 + 48\sqrt{2}$ **C.** $72 + 8\sqrt{2}$ **D.** $64 + 2\sqrt{2}$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Największą liczbą całkowitą należącą do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{20 - 4x}$ jest:

A. -5 **B.** -4 **C.** 5 **D.** 6

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Pierwiastkami trójmianu kwadratowego $y = x^2 + bx + c$ są liczby (-3) i 5. Wynika stąd, że:

A. $b = -2, c = -15$ **B.** $b = 2, c = -15$ **C.** $b = -8, c = -15$ **D.** $b = 8, c = 15$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Argument funkcji $f(x) = 3x + 8$ wzrasta o 5. Wówczas wartość funkcji wzrasta o:

A. 5 **B.** 13 **C.** 15 **D.** 23

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg arytmetyczny $(-11, -7, -3, ...)$. Czterdziesty wyraz tego ciągu jest równy:

A. -149 **B.** 145 **C.** 149 **D.** 167

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Ciągiem rosnącym jest ciąg o wyrazie ogólnym:

A. $a_n = -2^n$ **B.** $a_n = -2 + 3n$ **C.** $a_n = 2 - 3n$ **D.** $a_n = (0,2)^n$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg geometryczny $(-18, 6, -2, ...)$. Wyraz ogólny tego ciągu to:

A. $a_n = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **B.** $a_n = 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **C.** $a_n = -18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **D.** $a_n = -18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Nie istnieje kąt α, taki, że:

A. $\mathrm{tg}\alpha = \frac{8}{7}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{7}{8}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{8}{7}$ **D.** $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{7}{8}$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Przyprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 5, a przeciwprostokątna ma długość 7. Kąt α jest najmniejszym kątem tego trójkąta. Wówczas:

A. $\sin\alpha = \frac{5}{7}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{7}{5}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Jeśli trójkąt prostokątny jest wpisany w okrąg o promieniu 6, a jednym z jego kątów ostrych jest kąt $\alpha = 60°$, to pole tego trójkąta jest równe:

A. 18 **B.** 36 **C.** $9\sqrt{3}$ **D.** $18\sqrt{3}$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Dany jest trapez równoramienny o podstawach AB, CD. Przedłużenia ramion przecinają się w punkcie O. Jeśli $|AB| = 20, |CD| = 15, |BC| = |AD| = 6$, to:

A. $|BO| = 24$ **B.** $|BO| = 18$ **C.** $|BO| = 4,5$ **D.** $|BO| = 10,5$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Dany jest kwadrat o przekątnej 4. Z wierzchołka kwadratu zatoczono koło o promieniu równym długości boku kwadratu. Pole figury będącej różnicą kwadratu i koła jest równe:

A. $8\pi - 32$ **B.** $2\pi - 8$ **C.** $8 - 2\pi$ **D.** $32 - 8\pi$

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Dla dowolnego trójkąta prawdziwe jest zdanie:

A. Środek okręgu wpisanego w trójkąt to punkt przecięcia się środkowych trójkąta.
B. Środek okręgu wpisanego w trójkąt to punkt przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta.
C. Środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta.
D. Środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt przecięcia się wysokości trójkąta.

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Można zbudować trójkąt z odcinków a, b, c, jeśli:

A. $a = 4, b = 4, c = 9$ **B.** $a = 4, b = 5, c = 9$ **C.** $a = 8, b = 5, c = 4$ **D.** $a = 8, b = 3, c = 4$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Okrąg ma środek $S = (-6, 1)$ i promień $r = 4$. Równanie tego okręgu to:

A. $(x-6)^2 + (y+1)^2 = 16$ **B.** $(x+6)^2 + (y-1)^2 = 16$
C. $(x-6)^2 + (y+1)^2 = 4$ **D.** $(x+6)^2 + (y-1)^2 = 4$

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Proste o równaniach $l: 3x - 4y = -1$ i $k: 8x + 6y = 1$:

A. są równoległe **B.** są prostopadłe
C. przecinają się w punkcie $(1, -1)$ **D.** przecinają się w punkcie $(-1, -1)$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 24. do 32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

Oblicz wartość liczby $x = 5\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 81^{\frac{1}{2}} + 3^3 - 3^{-1} - 3^2$.

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Dany jest trójkąt prostokątny o polu $2\sqrt{3}$ i kącie ostrym 30°. Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Wykaż, że liczba $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + ... + 3^{100}$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Dany jest trójmian kwadratowy f o współczynniku 2 przy najwyższej potędze x. Wierzchołek paraboli będącej wykresem tego trójmianu ma współrzędne $W=(5,-10)$. Wyznacz $f(15)$.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Wykaż, że dla każdego kąta ostrego α prawdziwy jest wzór $\frac{\cos\alpha-\cos^3\alpha}{\sin\alpha-\sin^3\alpha}=\operatorname{tg}\alpha$.

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach $A=(1,2)$, $B=(-2,-4)$, $C=(4,-7)$ jest trójkątem prostokątnym.

Zadanie 30. (*5 pkt*)

Turysta przeszedł trasę długości 24 km ze stałą prędkością. Gdyby prędkość tę zwiększył o $1{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{godz.}}$, to tę samą drogę przeszedłby w czasie o 1 godzinę krótszym. Oblicz rzeczywistą prędkość turysty i czas, w którym przebył trasę.

Zadanie 31. (*5 pkt*)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi bocznej dwa razy większej od krawędzi podstawy.

a) Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

b) Wyznacz długość krawędzi ostrosłupa, tak aby pole jego powierzchni bocznej wynosiło $36\sqrt{15}$.

Zadanie 32. (*5 pkt*)

W urnie znajdują się kule białe, zielone i czerwone. Kul zielonych jest dwa razy więcej niż kul białych, a kul czerwonych jest 3 razy więcej niż białych. Wyjęto dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Oblicz liczbę kul białych w urnie, jeśli prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul zielonych jest równe $\frac{5}{51}$.