
**PRZYKŁADOWY ARKUSZ
EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI**

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 25. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 26. do 33. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!



ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Jasiek ma w swojej bibliotece tylko książki przyrodnicze i przygodowe. Książek przyrodniczych ma 8, co stanowi 20% wszystkich jego książek. Wynika stąd, że liczba książek przygodowych Jaśka, to:

- A. 32 B. 40 C. 16 D. 10

Zadanie 2. (1 pkt)

Kwotę 1000 zł wpłacamy do banku na 2 lata. Kapitalizacja odsetek jest dokonywana w tym banku co kwartał, a roczna stopa procentowa wynosi 6%. Po dwóch latach otrzymamy kwotę:

- A. $1000 \cdot (1,06)^2$ B. $1000 \cdot (1,06)^8$ C. $1000 \cdot (1,015)^2$ D. $1000 \cdot (1,015)^8$

Zadanie 3. (1 pkt)

Wyrażenie $W = \left(\frac{2}{7}\right)^{40} \left(\frac{7}{2}\right)^{30}$ jest równe:

- A. 1 B. $\left(\frac{2}{7}\right)^{10}$ C. $\left(\frac{2}{7}\right)^{70}$ D. $\left(\frac{2}{7}\right)^{1200}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba $a = 9^{\log_3 4}$ jest równa:

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

Zadanie 5. (1 pkt)

Wyrażenie $W = 25 - 4x^2 + 12xy - 9y^2$ w postaci iloczynowej ma postać:

- A. $W = (5 - 2x + 3y)^2$ B. $(5 - 2x + 3y)(5 + 2x - 3y)$
 C. $W = (5 - 2x - 3y)^2$ D. $(5 - 2x - 3y)(5 + 2x - 3y)$

Zadanie 6. (1 pkt)

Dziedziną wyrażenia $W = \frac{x^2 - 25}{(x + 4)(x^2 + 6x + 9)}$ jest zbiór:

- A. $R \setminus \{-5, -4, -3, 5\}$ B. $R \setminus \{-5, -4, 5, 3\}$ C. $R \setminus \{-4, 3\}$ D. $R \setminus \{-4, -3\}$

Zadanie 7. (1 pkt)

Zbiorem rozwiązań nierówności $-x^2 < 5x$ jest:

- A. $(-\infty, -5)$ B. $(-5, +\infty)$ C. $(-\infty, -5) \cup (0, +\infty)$ D. $(-5, 0)$

Zadanie 8. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = (-m - 3)x^2 + 5x + 1$ osiąga wartość największą dla:

- A. $m \in (-\infty, 3)$ B. $m \in (-\infty, -3)$ C. $m \in (3, +\infty)$ D. $m \in (-3, \infty)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Gdy przesuniemy wykres funkcji $f(x) = x^2$ o 5 jednostek w lewo i 3 jednostki w dół, to otrzymamy wykres funkcji:

- A. $y = (x + 5)^2 - 3$ B. $y = (x + 5)^2 + 3$ C. $y = (x - 5)^2 - 3$ D. $y = (x - 5)^2 + 3$

Zadanie 10. (1 pkt)

Do wykresu funkcji liniowej $y = ax + b$ należą punkty $A = (-2, -7), B = (1, 2)$. Wynika stąd, że:

- A. $a = -3 \wedge b = -1$ B. $a = 3 \wedge b = -1$ C. $a = -3 \wedge b = 1$ D. $a = 3 \wedge b = 1$

Zadanie 11. (1 pkt)

Dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \log(x^2 + 4)$ jest zbiór:

- A. $R \setminus \{-2, 2\}$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ C. $(-2, 2)$ D. R

Zadanie 12. (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f określonej wzorem $f(x) = 2^{x-1}$ jest zbiór:

- A. $(0, 1)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

Zadanie 13. (1 pkt)

Dany jest ciąg o wzorze na ogólny wyraz $a_n = 2 - \frac{n}{7}$. Ten ciąg:

- A. ma nieskończenie wiele wyrazów dodatnich B. ma 14 wyrazów dodatnich
C. ma 13 wyrazów dodatnich D. nie ma wyrazów dodatnich

Zadanie 14. (1 pkt)

Liczby $(\sqrt{3} + \sqrt{2}), \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ są początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

Zadanie 15. (1 pkt)

W ciągu geometrycznym pierwszy wyraz $a_1 = 256$, a iloraz $q = -\frac{1}{2}$. Siódmy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

Zadanie 16. (1 pkt)

Suma n początkowych liczb naturalnych dodatnich parzystych jest równa:

- A. $S_n = n^2$ B. $S_n = n^2 + n$ C. $S_n = 2n^2$ D. $S_n = 2n^2 + 2n$

Zadanie 17. (1 pkt)

Liczba $\cos 46^\circ$ jest:

- A. mniejsza od $\frac{1}{2}$ B. większa od $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. mniejsza od $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. większa od $\cos 44^\circ$

Zadanie 18. (1 pkt)

Wyrażenie $W = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$ można zapisać w postaci:

- A. 1 B. $\sin \alpha$ C. $\cos \alpha$ D. $\frac{1}{\sin \alpha}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 3 i 4. Wynika stąd, że tangens mniejszego z kątów ostrych jest równy:

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

Zadanie 20. (1 pkt)

Stosunek pól dwóch kół jest równy 4. Wynika stąd, że promień większego koła jest większy od promienia mniejszego koła:

- A. o 4 B. o 2 C. 4 razy D. 2 razy

Zadanie 21. (1 pkt)

Dana jest prosta l o równaniu $y = \frac{2}{3}x - 7$. Prosta k jest prostopadła do prostej l i przechodzi przez punkt $P = (-6, 1)$. Prosta k ma wzór:

- A. $y = -\frac{2}{3}x - 3$ B. $y = -\frac{3}{2}x - 10$ C. $y = -\frac{2}{3}x - 4$ D. $y = -\frac{3}{2}x - 8$

Zadanie 22. (1 pkt)

Dana jest prosta l o równaniu $y = -\frac{5}{3}x + 2$. Prosta k o równaniu $y = (-1 - 3a)x - 5$ jest równoległa do prostej l . Wynika stąd, że:

- A. $a = \frac{2}{9}$ B. $a = \frac{8}{9}$ C. $a = -2$ D. $a = -\frac{8}{9}$

Zadanie 23. (1 pkt)

Odległość punktu $A = (\sqrt{7}, 3)$ od początku układu współrzędnych jest równa:

- A. 3 B. $\sqrt{7}$ C. $\sqrt{10}$ D. 4

Zadanie 24. (1 pkt)

Pole powierzchni bocznej stożka o kącie rozwarcia 60° i wysokości $h = 6\sqrt{3}$ jest równe:

- A. 144π B. 72π C. 108π D. $216\pi\sqrt{3}$

Zadanie 25. (1 pkt)

Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek wyniesie co najwyżej 8, jest równe:

- A. $\frac{28}{36}$ B. $\frac{26}{36}$ C. $\frac{15}{36}$ D. $\frac{5}{36}$

ZADANIA OTWARTE

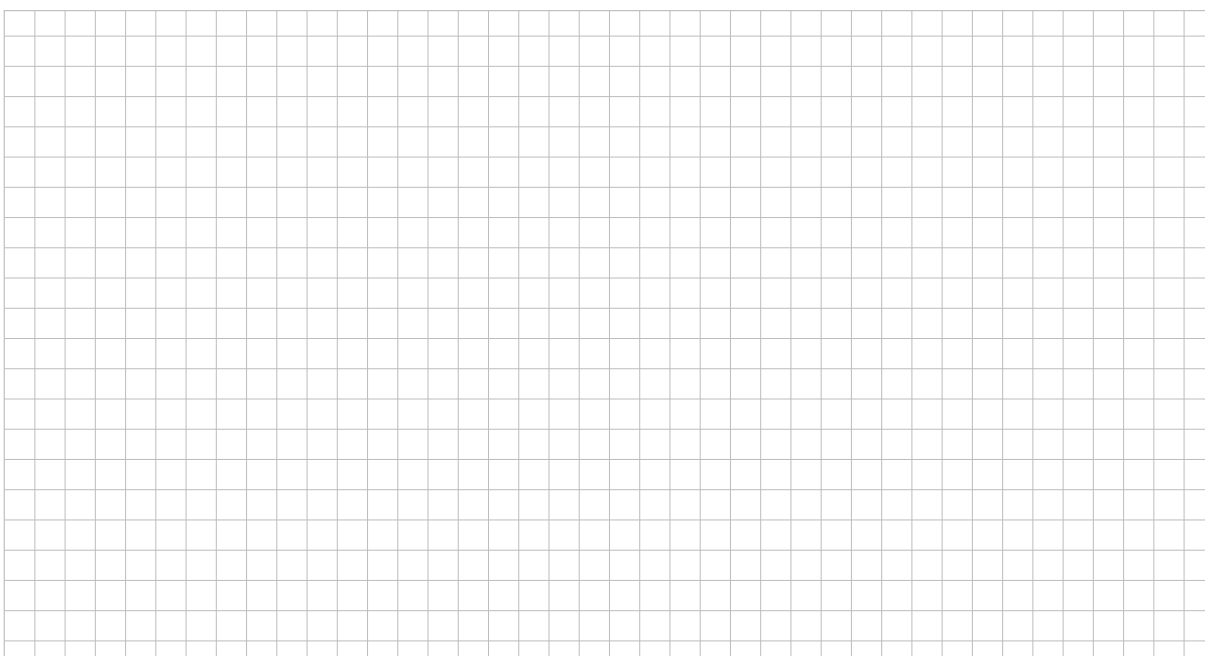
Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (2 pkt)

Wykaż, że liczba $a = 3^{27} + 3^{29}$ jest podzielna przez 30.

**Zadanie 27. (2 pkt)**

Rozłóż na czynniki możliwie najniższego stopnia wielomian $W(x) = x^3 + 5x^2 - 16x - 80$.



Zadanie 28. (2 pkt)

Sprawdź, czy równe są wielomiany: $W_1(x) = (x + 2)^3 - (2x + 3)(2x - 3)$

i $W_2(x) = (x - 5)(x^2 + 1) + 7x^2 + 11x + 22$.

**Zadanie 29. (2 pkt)**

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \sqrt{x^2} + \sqrt{-x^2}$. Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.



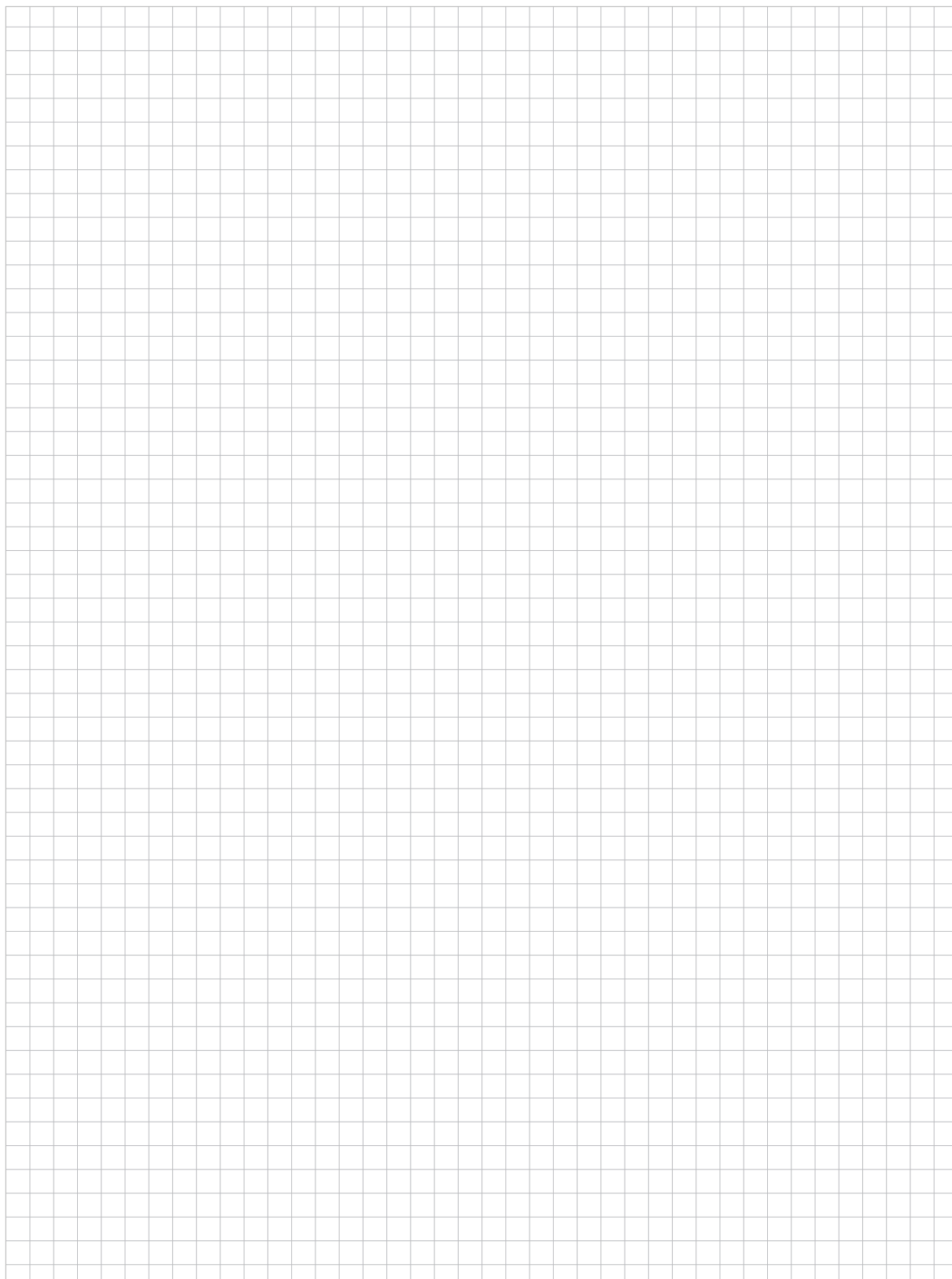
Zadanie 30. (2 pkt)

Wykaż, że nie istnieje kąt α , taki, że $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.



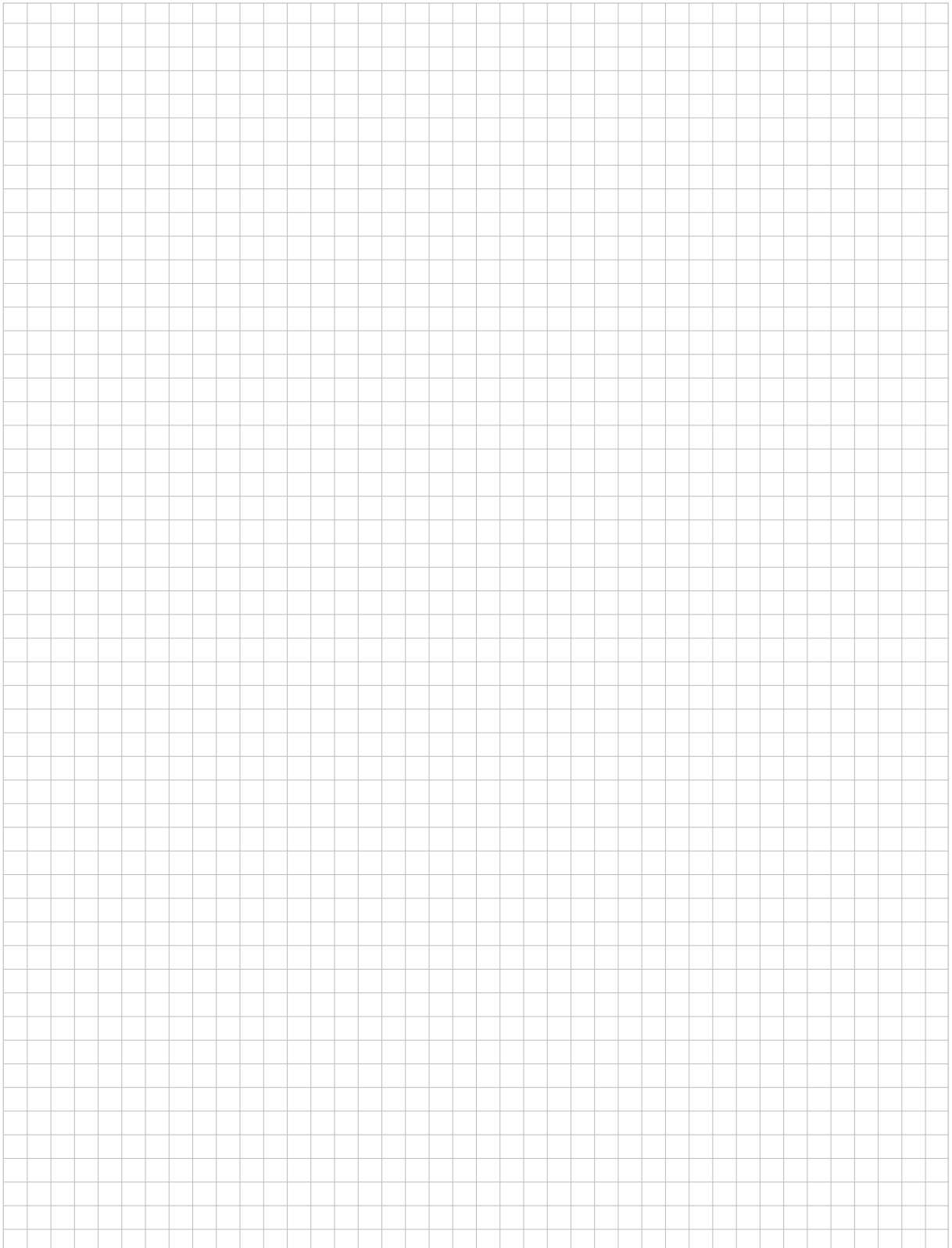
Zadanie 31. (5 pkt)

Trzy liczby, których suma jest równa 45, tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli drugą liczbę powiększymy o 3, a trzecią liczbę powiększymy o 9, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby.



Zadanie 32. (5 pkt)

Zewnętrznie styczne okręgi o środkach S_1, S_2 i promieniach r_1, r_2 ($r_1 > r_2$) są styczne do prostej l . Kąt między prostą przechodzącą przez środki okręgów i prostą l ma miarę 30° . Wyznacz długości promieni okręgów, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 24.



Zadanie 33. (5 pkt)

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny równoramienny o ramieniu długości 9. Kąt między przekątną największej ściany bocznej i wysokością graniastosłupa jest równy 60° . Oblicz pole powierzchni bocznej i objętość tego graniastosłupa.

