ARKUSZ 16
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 25. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 26. do 33. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

W tabelce wpisano dwie wartości funkcji liniowej f dla dwóch argumentów.

x	0	6
$f(x)$	-2	1

Funkcja f opisana jest wzorem:

A. $f(x) = -2x + 2$ **B.** $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ **C.** $f(x) = x - 2$ **D.** $f(x) = 2x - 1$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Odwrotność liczby będącej rozwiązaniem równania $\frac{x-4}{x+1} = 2$ jest równa:

A. 6 **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $-\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Liczba $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 3^6 \cdot 27^{\frac{1}{3}}$ jest równa:

A. $\left(3^2\right)^4$ **B.** $3^2 \cdot 3^4$ **C.** $3^4 + 3^4$ **D.** $3 \cdot 3^8$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Liczba $a = \log_7 49 - 2\log_2 \sqrt{2}$. Wynika z tego, że:

A. $a < 0$ **B.** $0 < a < 1$ **C.** $a = 1$ **D.** $a > 1$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Trójkąt prostokątny ma boki długości $6, 12, 6\sqrt{3}$ i kąty ostre α, β. Kąt α leży naprzeciw boku długości $6\sqrt{3}$. Zatem:

A. $\alpha = \beta$ **B.** $\alpha = 2\beta$ **C.** $\alpha - \beta = 45^\circ$ **D.** $\beta = 2\alpha$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Suma pierwiastków wielomianu $W(x) = 2(x-1)(x^2-9)(x+5)$ jest równa:

A. 5 **B.** 8 **C.** 4 **D.** -4

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Wskaż równanie prostej przechodzącej przez punkt $(1, -6)$ i równoległej do prostej $y = -5x + 9$.

A. $y = \frac{1}{5}x - 6\frac{1}{5}$ **B.** $y = -5x + 1$ **C.** $y = -5x - 1$ **D.** $y = -\frac{1}{5}x - 5\frac{4}{5}$

Zadanie 8. (*1 pkt*)

W trójkąt równoboczny wpisano okrąg o równaniu $(x-1)^2 + (y+8)^2 = 9$. Wysokość tego trójkąta jest równa:

A. 9 **B.** 27 **C.** 4,5 **D.** 1

Zadanie 9. (*1 pkt*)

W grupie 100 osób 40 włada językiem angielskim, 50 – językiem niemieckim, 26 – językiem francuskim, 6 – angielskim i niemieckim, 9 – angielskim i francuskim, 5 – niemieckim i francuskim. Ile osób włada wszystkimi trzema wymienionymi językami?

A. 4 **B.** 16 **C.** 6 **D.** 20

Zadanie 10. (*1 pkt*)

W kapeluszu są tylko króliki białe i szare. Królików szarych jest dwa razy więcej niż białych. Prawdopodobieństwo wyciągnięcia z kapelusza królika białego jest równe $\frac{2}{6}$. Zatem prawdopodobieństwo wyciągnięcia z kapelusza królika szarego jest równe:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{4}{12}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Trójkąt prostokątny równoramienny obrócono dookoła jednej z przyprostokątnych. Objętość tak otrzymanej bryły jest równa 72π. Średnica podstawy bryły ma długość:

A. 6 **B.** $2\sqrt[3]{9}$ **C.** 12 **D.** $4\sqrt[3]{9}$

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Na półce można ustawić n słoików z dżemem na 24 sposoby. Zatem:

A. $n = 6$ **B.** $n = 4$ **C.** $n = 12$ **D.** $n = 24$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Emilia kupiła pół kilograma cukierków czekoladowych po 20 zł za kilogram, ćwierć kilograma cukierków miętowych po 12 zł za kilogram i kilogram cukierków kawowych po 15 zł za kilogram. Średnia wartość 1 kg cukierków, które kupiła Emilia, była równa:

A. 16 zł **B.** ok. 15,70 zł **C.** ok. 9,30 zł **D.** 15 zł

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Mediana kolejnych pięciu liczb naturalnych jest równa 7. Najmniejsza z tych liczb to:

A. 5 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 11

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 4n + 4$. Zatem suma $a_3 + a_1$ jest równa:

A. a_8 **B.** a_6 **C.** a_4 **D.** a_5

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Trójkąt prostokątny równoramienny *EWA*, w którym przeciwprostokątna jest równa $3\sqrt{2}$, jest podobny do trójkąta *MUR* w skali 1 : 2. Obwód trójkąta *MUR* jest równy:

A. $6(2 + \sqrt{2})$ **B.** $216\sqrt{2}$ **C.** $\frac{6 + 3\sqrt{2}}{2}$ **D.** $18\sqrt{2}$

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Liczba $10^{2010} + 2$ jest podzielna przez:

A. 10 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości tego graniastosłupa. Z tego wynika, że miara kąta, jaki tworzy ta przekątna z podstawą, jest równa:

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 120°

Zadanie 19. (*1 pkt*)

W ciągu geometrycznym rosnącym (a_n) wyraz a_4 jest równy 4, a wyraz a_7 jest równy 32. Wskaż wzór na n-ty wyraz ciągu.

A. $a_n = 2^{n-1}$ **B.** $a_n = \frac{1}{2} \cdot 2^n$ **C.** $a_n = 2^{n-2}$ **D.** $a_n = 2^n$

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Wyrażenie $\frac{x}{x-5} - \frac{x}{x-4} - \frac{5}{(x-4)(x-5)}$ można zapisać w postaci:

A. $\frac{1}{x-4}$ **B.** $x-4$ **C.** $-\frac{5}{(x-4)(x-5)}$ **D.** $\frac{-9x-5}{(x-4)(x-5)}$

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Kąt α jest kątem ostrym i $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Wówczas wyrażenie $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ jest równe:

A. $\frac{8}{5}$ **B.** $\frac{11}{5}$ **C.** $\frac{6}{5}$ **D.** 1

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Wykres funkcji kwadratowej f ma dwa punkty wspólne z osią OX. Wskaż wzór tej funkcji.

A. $f(x) = (x-3)^2 + 2$ **B.** $f(x) = (x+3)^2 + 2$ **C.** $f(x) = -(x-3)^2 + 2$ **D.** $f(x) = -(x-3)^2 - 2$

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Liczbę naturalną a najpierw zwiększono o 40%, a następnie zmniejszono o 20%. W wyniku tych operacji liczbę a:

A. zmniejszono o 12% **B.** zwiększono o 12% **C.** zwiększono o 20% **D.** zmniejszono o 30%

Zadanie 24. (*1 pkt*)

Kąt wpisany w okrąg o promieniu 10 ma miarę 18°. Długość łuku, na którym oparty jest ten kąt, jest równa:

A. π **B.** 10π **C.** 2π **D.** 5π

Zadanie 25. (*1 pkt*)

Liczby pierwsze należące jednocześnie do zbioru rozwiązań nierówności $|x-1| < 6$ i do zbioru rozwiązań nierówności $|x+1| > 2$ to:

A. 1, 2, 3, 5 **B.** 3, 4, 5 **C.** 3, 5 **D.** 2, 3, 5

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Rozwiąż równanie $x^3 + 4x = 8 + 2x^2$.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Oblicz największą wartość funkcji f określonej wzorem $f(x) = -x^2 + 2x + 6$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Bok rombu ma długość 6, a sinus kąta ostrego tego rombu jest równy $\frac{1}{3}$. Oblicz pole rombu.

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Adam ma 1000 płyt CD z muzyką poważną. Codziennie słucha jednej płyty i odstawia ją na miejsce. Płyty wybiera w sposób losowy. Oblicz prawdopodobieństwo, że w ciągu pięciu kolejnych dni będzie słuchał codziennie tej samej płyty.

Zadanie 30. (*2 pkt*)

Oblicz odległość od początku układu współrzędnych środka odcinka AB, gdzie $A = (-2, 4)$, $B = (6, -6)$.

Zadanie 31. (*4 pkt*)

Rozwiąż równanie $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot ... \cdot 2^{2n-1} = 16^{36}$, gdy $n \in N$.

Zadanie 32. (*5 pkt*)

Koparka, pogłębiając rów melioracyjny, usypała kopiec w kształcie stożka. Tworząca tego stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy 1,5. Przyjmując $\pi \approx 3$, obliczono, że obwód podstawy kopca jest równy około 12 m. Oblicz, ile kursów będzie musiała wykonać ciężarówka, aby wywieźć wykopany piasek, jeżeli jednorazowo może zabrać 2 m^3 piasku. Przyjmij również, że $\pi \approx 3$.

Zadanie 33. (*6 pkt*)

W czasie wycieczki rowerowej uczniowie mieli do przebycia trasę długości 84 km. Podzielili tę trasę na odcinki równej długości i codziennie przejeżdżali wyznaczony odcinek. Gdyby na przebycie całej trasy zużyli o dwa dni więcej, to mogliby dziennie przebywać o 7 km mniej. Ile kilometrów przebywali uczniowie dziennie?