ARKUSZ 17
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 25. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 26. do 33. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Liczba $3\sqrt{3\sqrt[3]{9\sqrt{9}}}$ jest równa:

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** 9

Zadanie 2. (*1 pkt*)

W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 1 i 2 kąty ostre są równe α i β ($\alpha > \beta$). Wartość wyrażenia $\mathrm{tg}\alpha - 5\sin\alpha\cos\beta$ jest równa:

A. $-\frac{14}{3}$ **B.** -2 **C.** 0 **D.** $-\frac{1}{2}$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Wiemy, że $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$, $z = 2\sqrt{2}$. Wtedy:

A. $\frac{x}{y} = z$ **B.** $\frac{x}{y} - 3 = z$ **C.** $\frac{x}{y} = \frac{z}{2}$ **D.** $\frac{x}{y} = \frac{z}{x}$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Liczby całkowite ujemne spełniające nierówność $\sqrt{(x-4)^2} < 7$ to:

A. $-2, -1$ **B.** $-3, -2, -1$
C. $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$ **D.** $-4, -3, -2, -1$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Połowę liczby a zwiększono o 20%. Otrzymano:

A. $1{,}2a$ **B.** $0{,}1a$ **C.** $0{,}6a$ **D.** $0{,}5a + 0{,}2$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Do dziedziny funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{5x}{x(x+1)(x-\sqrt{7})(x^2+7)}$:

A. nie należą 2 liczby **B.** nie należą 3 liczby **C.** nie należą 4 liczby **D.** nie należy 5 liczb

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Funkcja kwadratowa g określona jest wzorem $g(x) = x^2 - 4$. Aby wykres tej funkcji miał dokładnie jeden punkt wspólny z prostą $y = 2$, należy go przesunąć o:

A. 6 jednostek w prawo wzdłuż osi OX **B.** 6 jednostek do góry wzdłuż osi OY
C. 6 jednostek do dołu wzdłuż osi OY **D.** 2 jednostki w lewo wzdłuż osi OX

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Wykresem układu równań $\begin{cases} 2x + 6y = 1 \\ (a-3)x + 6y = b - a \end{cases}$ są dwie proste pokrywające się. Zatem:

A. $a = 2, b = 1$ **B.** $a = 1, b = 0$ **C.** $a = 6, b = 5$ **D.** $a = 5, b = 6$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Wielomian $P(x) = W(x) - K(x)$ jest siódmego stopnia oraz $W(x) = mx^7 - 6x^5 + 2$,
$K(x) = 3x^3 - 6x^5 + (3m+2)x^7$. Wynika stąd, że liczba m jest różna od:

A. 3 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 0

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Wykres funkcji liniowej f jest prostopadły do prostej $y=\frac{1}{4}x-11$ i przechodzi przez punkt $(0,2)$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba:

A. 2 **B.** -8 **C.** $0{,}5$ **D.** $-0{,}5$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

W okręgu o środku w punkcie B kąt środkowy α i kąt wpisany β oparte są na tym samym łuku wyznaczonym przez punkty A i C leżące na okręgu. Suma miar tych kątów jest równa kątowi prostemu. Wierzchołek kąta β znajduje się w punkcie D. Wynika stąd, że trójkąt:

A. ADC jest równoboczny **B.** ADC jest prostokątny
C. ABC jest równoboczny **D.** ABC jest prostokątny

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Po skróceniu wyrażenie $\frac{6(-x^2+16)(2x-4)}{2(x-4)(2-x)}$ ma postać:

A. $6(x+4)$ **B.** $-6(x+4)$ **C.** $3(x-2)$ **D.** 3

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n=n-\frac{(-1)^n}{n}$. Suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 7 **B.** $6\frac{5}{6}$ **C.** $3\frac{5}{6}$ **D.** 6

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Ile liczb zapisanych za pomocą różnych cyfr i większych od 6000 można utworzyć z cyfr: 6, 2, 3, 5 ?

A. 24 **B.** 18 **C.** 6 **D.** 30

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Równanie $3^x=4-2m$ ma jedno rozwiązanie, gdy:

A. $m\in(2,\infty)$ **B.** $m(-\infty,-2)$ **C.** $m\in(-\infty,2)$ **D.** $m\in(-\infty,4)$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Balon leci na wysokości 10 m nad ziemią. Z punktu A widać balon pod kątem α do poziomu. Balon znajduje się od punktu A w odległości:

A. $10\sin\alpha$ m **B.** $\frac{10}{\sin\alpha}$ m **C.** $\frac{\sin\alpha}{10}$ m **D.** $\frac{10}{\mathrm{tg}\alpha}$ m

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x)=(2-\frac{1}{4}k)x^2+4x-2$ osiąga wartość największą, gdy:

A. $k<8$ **B.** $k>8$ **C.** $k>-8$ **D.** $k<-8$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Kąt α jest kątem ostrym i $\sin\alpha-2\cos\alpha=0$. Zatem:

A. $\mathrm{tg}\alpha=0{,}5$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha=2$ **C.** $\mathrm{tg}\alpha=0{,}25$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Długość tworzącej stożka jest równa średnicy jego podstawy. Pole powierzchni bocznej stożka jest równe 8π. Pole podstawy stożka jest równe:

A. π **B.** 8π **C.** 16π **D.** 4π

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Trzech chłopców i n dziewczynek można ustawić na 12 sposobów, tak aby osoby tej samej płci nie stały obok siebie.

Liczba n dziewczynek jest równa:

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 5

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Zdarzenia A, B należą do tej samej przestrzeni zdarzeń elementarnych i $P(A') = \frac{8}{20}$, $P(B') = 0{,}3$, $P(A \cup B) = 0{,}8$. Wtedy $P(A \cap B)$ jest równe:

A. 0,5 **B.** 0,1 **C.** 0,3 **D.** 1

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Każdą krawędź czworościanu foremnego powiększamy dwukrotnie. Pole powierzchni czworościanu zwiększy się:

A. dwukrotnie **B.** czterokrotnie **C.** ośmiokrotnie **D.** szesnastokrotnie

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu na płaszczyznę jest kwadratem o polu 144 cm^2. Jeśli przyjmiemy $\pi \approx 3$, to promień podstawy walca będzie równy około:

A. 12 cm **B.** 6 cm **C.** 2 cm **D.** 4 cm

Zadanie 24. (*1 pkt*)

Objętość sześcianu jest równa 64. Przekątna ściany bocznej tego sześcianu jest równa:

A. 4 **B.** $16\sqrt{2}$ **C.** $8\sqrt{2}$ **D.** $4\sqrt{2}$

Zadanie 25. (1 pkt)

Wskaż równanie symetralnej odcinka AB, gdy $A = (-3, 4)$, $B(3, -2)$.

A. $y = x - 1$ **B.** $y = -x - 1$ **C.** $y = x + 1$ **D.** $y = -x + 1$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Wiadomo, że $|AB| = 2$ i $|BC| = 6$. Znajdź warunek, jaki musi spełniać odległość $|AC|$, aby punkty A, B, C były współliniowe.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Prosta $x + y - 4 = 0$ przecina oś OX w punkcie A i oś OY w punkcie B. Punkt S jest środkiem odcinka AB. Znajdź równanie okręgu o środku w punkcie S i promieniu $|SA|$.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Spotkało się kilku znajomych. Każdy witał się z każdym przez podanie ręki. Nastąpiło 10 powitań. Ilu znajomych się spotkało?

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Znajdź x, dla którego liczby $2, 2^{x+1}, 2^{x+1}+6$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny.

Zadanie 30. (*2 pkt*)

Z talii 52 kart wyciągamy losowo jedną. Oblicz prawdopodobieństwo, że wyciągnięta karta będzie damą lub treflem.

Zadanie 31. (*4 pkt*)

Rozwiąż równanie: $4x^3 - 6x^2 + 2 = 0$.

Zadanie 32. (*5 pkt*)

Trzy liczby a, b, c, których suma jest równa 15, tworzą w tej kolejności ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z tych liczb dodać 2, od drugiej odjąć 1, a trzecią podzielić przez 2, to tak otrzymane liczby (w tej kolejności) utworzą ciąg geometryczny malejący. Znajdź iloraz tego ciągu geometrycznego.

Zadanie 33. (*6 pkt*)

Obwód rombu jest równy $8\sqrt{10}$ cm, a jedna z jego przekątnych jest o 8 cm dłuższa od drugiej. Oblicz pole rombu.