ARKUSZ 19
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 25. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 26. do 33. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 4x + 2m - 6$ jest liczba -2 dla m równego:

A. -7 **B.** 3 **C.** -3 **D.** 7

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -x^2 + mx - 9$ ma jedno miejsce zerowe. Wartość największą przyjmuje ta funkcja dla argumentu równego:

A. 3 lub -6 **B.** -6 lub 6 **C.** 3 lub -3 **D.** -9 lub 9

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Wiadomo, że $a = 4^{-1} + 4^{-\frac{1}{2}} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$. Zatem:

A. $a \geqslant 2^{-2}$ **B.** $a < 4^{-1}$ **C.** $a > 2^2$ **D.** $a \leqslant 4^{-3}$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Liczba (-1) jest miejscem zerowym wielomianu $W(x) = (2a + 2b)x^{10} + (a + b)x^9 - 5$ i $a,\ b \in N_+$. Wynika stąd, że:

A. a i b to liczby parzyste
B. a i b to liczby nieparzyste
C. jedna z liczb a, b jest parzysta, a druga nieparzysta
D. nie można określić parzystości bądź nieparzystości liczb a, b

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Miedziany przycisk do papieru w kształcie kuli o promieniu r przetopiono na przycisk w kształcie walca o promieniu podstawy równym promieniowi kuli. Wysokość walca jest równa:

A. $\frac{3}{4}r$ **B.** $r\sqrt{\frac{4}{3}}$ **C.** $\frac{4}{3}r$ **D.** $\sqrt{\frac{3}{4}}$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Wartość wyrażenia $\sqrt{-x^2 + x\sqrt{5} + 9} - |x - 3|$ dla $x = \sqrt{5}$ jest równa:

A. $-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{5} + 6$ **D.** $-\sqrt{5} + 6$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Wiadomo, że $x \neq 0$. Zatem do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{|x|}{x} < 1$:

A. nie należy żadna liczba całkowita
B. należą 2 liczby całkowite
C. należą tylko liczby naturalne
D. należy nieskończenie wiele liczb całkowitych

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Wierzchołkiem kąta jest punkt P. Na jednym ramieniu kąta leżą punkty A, B (w tej kolejności od wierzchołka), a na drugim punkty C, D (w tej kolejności od wierzchołka). Wiadomo też, że $|AC| = 4, |BD| = 10, |PC| = 2$ i $|AC| \parallel |BD|$. Stąd wynika, że długość odcinka CD jest równa:

A. 3 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 0,8

Zadanie 9. (*1 pkt*)

W trójkącie równoramiennym o polu $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ miara kąta przy podstawie jest równa $30°$. Długość podstawy tego trójkąta jest liczbą:

A. wymierną mniejszą od 2 **B.** niewymierną większą od 2
C. całkowitą większą od 2 **D.** niewymierną mniejszą od 2

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Przekątna szkatułki w kształcie sześcianu jest równa 3. Zatem przekątna podstawy tej szkatułki jest równa:

A. $3\sqrt{6}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{6}$ **D.** $3\sqrt{2}$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Liczby a i b są liczbami o przeciwnych znakach. Liczba punktów wspólnych wykresu funkcji f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + b$ z prostą $y = 0$ jest równa:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Wiadomo, że $\log_3 m = w$. Wtedy $\log_9 m$ równa się:

A. $2w$ **B.** $\frac{w}{2}$ **C.** $\frac{2}{w}$ **D.** $9w$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

W pewnej szkole tylko 10% uczniów pisało maturę próbną z matematyki. Natomiast aż 80% spośród piszących otrzymało z próbnej matury więcej niż 35 punktów. Spośród wszystkich uczniów szkoły wybrano losowo jednego ucznia. Prawdopodobieństwo, że wybrano ucznia, który pisał maturę próbną i otrzymał więcej niż 35 punktów jest równe:

A. $\frac{4}{50}$ **B.** $\frac{9}{20}$ **C.** $\frac{36}{50}$ **D.** $\frac{9}{10}$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Proste $-x - 5y + 5 = 0$ i $5x - y - 1 = 0$ przecinają się pod kątem o mierze:

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Zależność między temperaturą wyrażoną w stopniach Celsjusza a temperaturą wyrażoną w stopniach Fahrenheita wyraża się wzorem $y = \frac{9}{5}x + 32$, gdzie x – temperatura w skali Celsjusza, y – temperatura w skali Fahrenheita.

Zatem 122 stopnie Fahrenheita są równe:

A. $-50°C$ **B.** $1130°C$ **C.** $251{,}6°C$ **D.** $50°C$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Okrąg jest określony równaniem $x^2 - 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$. Punkt $A = (3, 1)$ leży:

A. na okręgu
B. wewnątrz koła, którego brzegiem jest okrąg
C. na zewnątrz koła, którego brzegiem jest okrąg
D. w punkcie, będącym środkiem okręgu

Zadanie 17. (*1 pkt*)

W trójkącie ABC długość środkowej AE boku BC jest równa połowie długości tego boku. Wówczas trójkąt ABC jest trójkątem:

A. ostrokątnym
B. prostokątnym
C. rozwartokątnym
D. równobocznym

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Wyraz ogólny ciągu (a_n) jest równy $a_n = (-1)^n$. Zatem $a_{n+1} - a_n$ równa się:

A. 0
B. 1
C. 2 lub -2
D. -2 lub 0

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Wielomiany W i A określone są wzorami: $W(x) = x^5 - 1, A(x) = -x^5 + 1$. Wielomian $K(x) = 2W(x) + A(x)$ jest stopnia:

A. 0
B. 10
C. 1
D. 5

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Wiadomo, że kąt α jest kątem ostrym i $\cos\alpha = a$. Wtedy $\mathrm{tg}^2\alpha$ równa się:

A. $\frac{1}{a^2} - 1$
B. $\frac{1}{a^2} + 1$
C. $1 - a^2$
D. $\frac{a^2}{1 - a^2}$

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Wartość wyrażenia $\frac{1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100}{0,(5) + 0,(4)}$ jest równa:

A. 505
B. 5050
C. 5000
D. $\frac{5050}{9}$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Liczby $5, x, 15$ w tej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Liczby $y, x, 20$ w tej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Liczby x i y są równe:

A. 10 i 10
B. 20 i 5
C. 5 i 10
D. 10 i 5

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Rzucamy dwiema kostkami do gry. Jeśli A oznacza zdarzenie: „suma wyrzuconych oczek jest równa 11”, a B oznacza zdarzenie: „suma wyrzuconych oczek jest równa 10” oraz $P(A) = a, P(B) = b$, to:

A. $a = b$
B. $a > b$
C. $a < b$
D. $a = 2b$

Zadanie 24. (*1 pkt*)

Dla $n \in N_+$ zawsze nieparzysta jest liczba:

A. $7^n + 1$
B. $n^n + 1$
C. $9^n - 1$
D. $10^n - 1$

Zadanie 25. (*1 pkt*)

Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120°, a jego tworząca jest równa 10. Wówczas stosunek promienia stożka do jego wysokości jest równy:

A. $\sqrt{3}$
B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$
C. 5
D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

W okrąg o równaniu $(x+7)^2+(y-9)^2=6$ wpisano kwadrat. Oblicz pole tego kwadratu.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Mariola ma w szafie 20 sukienek w kilku kolorach. W tabelce przedstawiono, jaki procent sukienek stanowią sukienki w danych kolorach.

Kolor sukienki	**%**
czerwony	15
niebieski	70
czarny	5
biały	10

Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrana losowo przez Mariolę sukienka będzie niebieska.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Władze Torunia chcą wybudować nad Wisłą dwa hotele położone w takiej odległości od siebie, aby motorówka kursująca między nimi płynęła tam i z powrotem nie dłużej niż pół godziny (nie licząc postojów). Jaka odległość będzie dzieliła hotele, jeżeli prędkość prądu Wisły jest równa 0,2 km/min, a prędkość własna motorówki 1 km/min?

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Prostokątny stół o wymiarach 2 m na 1 m można rozłożyć, tak aby przy dwóch krótszych bokach otrzymać półkola.
Oblicz przybliżoną powierzchnię serwety, którą chcemy nakryć cały stół. Przyjmij w obliczeniach $\pi = 3{,}14$.

Zadanie 30. (*2 pkt*)

Wykaż, że $\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1 = \mathrm{tg}^{-2}\alpha$.

Zadanie 31. (*5 pkt*)

Miary kątów trójkąta są w stosunku $1 : 2 : 3$. Obwód koła opisanego na tym trójkącie jest równy 12π. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 32. (*6 pkt*)

Wysokość ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 cm i stanowi $\frac{3}{2}$ długości krawędzi podstawy.

a) Oblicz miarę kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy.

b) Oblicz objętość ostrosłupa.

Zadanie 33. (*4 pkt*)

W wazonie stoi 12 czerwonych i 8 żółtych róż. Pani Amanda wyjęła na chybił trafił z wazonu dwie róże. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wybranych kwiatów jest przynajmniej jedna róża żółta.