ARKUSZ 20
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 25. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 26. do 33. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Przed podwyżką cena czekolady i batonika była jednakowa. Cenę czekolady podniesiono o 5%, a za batonik trzeba zapłacić o $\frac{1}{4}$ więcej. Zatem za dwa batoniki i dwie czekolady trzeba teraz zapłacić więcej o:

A. 30% **B.** 60% **C.** 15% **D.** 45%

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Ile liczb naturalnych należy do zbioru rozwiązań nierówności $|2x - 5| \leqslant 3$?

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{dla } -4 \leqslant x < 2 \\ -x^2 + 4 & \text{dla } 2 \leqslant x \leqslant 6 \end{cases}$.

Prawdziwa jest nierówność:

A. $f(-2) - f(2) > 0$ **B.** $f(2) - f(1) < 0$ **C.** $f(-1) + f(0) > 0$ **D.** $f(3) - f(-2) < 0$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = x^2 + 6$ przesuwamy o 4 jednostki w dół wzdłuż osi OY i o 2 jednostki w prawo wzdłuż osi OX. Otrzymujemy w ten sposób wykres funkcji g określonej wzorem:

A. $g(x) = (x+2)^2 - 4$ **B.** $g(x) = (x-2)^2 - 2$ **C.** $g(x) = (x-2)^2 + 2$ **D.** $g(x) = (x-4)^2 + 2$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Wskaż parę równań równoważnych.

A. $x^3 = 1$ i $x^2 = 1$ **B.** $x^2 - 2x + 1 = 0$ i $(x+1)(x+1) = 0$

C. $\frac{(x-5)(x-4)}{x-5} = 0$ i $(x-5)(x-4) = 0$ **D.** $x^2 - 6 = -3$ i $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Wiadomo, że liczba a jest liczbą naturalną dodatnią i liczby $3^a, 3^{a+1}, 3^{a+2}$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu geometrycznego (b_n). Wyraz ogólny tego ciągu to:

A. $b_n = 3^{a+1}$ **B.** $b_n = 3^{a-1}$ **C.** $b_n = 3^{n+a-1}$ **D.** $b_n = 3^{an-1}$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Drewniany element ma kształt trójkąta równoramiennego, którego ramię jest nachylone do podstawy długości 12 cm pod kątem α. Powierzchnia elementu jest równa:

A. $36\mathrm{tg}\alpha$ cm^2 **B.** $36\sin\alpha$ cm^2 **C.** $72\mathrm{tg}\alpha$ cm^2 **D.** $72\cos\alpha$ cm^2

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Prosta l jest styczna do okręgu danego wzorem $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$ i równoległa do prostej $y = 1$. Wskaż równanie prostej l:

A. $y = -1$ **B.** $y = 2$ **C.** $y = 6$ **D.** $x = -1$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

W konkursie piękności bierze udział 15 modelek. Prawdopodobieństwo, że zwycięży Emilia, jest równe 0,20. Prawdopodobieństwo, że zwycięży Aldona, jest równe $\frac{1}{10}$. Prawdopodobieństwo, że zwycięży Emilia lub Aldona jest równe:

A. 0,02 **B.** 0,3 **C.** $\frac{3}{150}$ **D.** $\frac{3}{15}$

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Wiadomo, że $a > 0$. Wyrażenie $\frac{(a^{-2} \cdot a^{5})^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{a}}$ po sprowadzeniu do najprostszej postaci jest równe:

A. 1 **B.** a **C.** 0 **D.** $a^{\frac{1}{2}}$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

W jednej z klas licealnych przeprowadzono ankietę, w której odpowiadano na pytanie: „Ile godzin dziennie przeznaczasz na odrabianie lekcji?”. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Liczba osób	6	10	4
Czas w godzinach	2	3	4

Średnia liczba godzin przeznaczonych na odrabianie lekcji w tej klasie jest równa około:

A. 5 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Szklanka ma kształt walca o wysokości 10 cm i promieniu podstawy 4 cm. Do szklanki wypełnionej całkowicie wodą wpadła kulka o promieniu 3 cm. Ile centymetrów sześciennych wody wylało się ze szklanki?

A. 36π **B.** 12π **C.** $\frac{256\pi}{3}$ **D.** $160\pi \text{ cm}^3$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6, a objętość ostrosłupa wynosi 96. Stosunek wysokości ostrosłupa do długości krawędzi podstawy jest równy:

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Długości boków prostokąta są równe $(5 - x)$ i $(x - 1)$. Pole prostokąta jest największe, gdy liczba x jest równa:

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Długość, szerokość i wysokość prostopadłościanu są w stosunku $2:1:2$. Przekątna prostopadłościanu jest równa 6. Pole podstawy prostopadłościanu jest równe:

A. 4 **B.** 8 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 2

Zadanie 16. (*1 pkt*)

W zamkowych podziemiach stoją dwie skrzynie otwierane różnymi kluczami. Masz pęk złożony z 6 kluczy, wśród których są dwa właściwe. Ile co najwyżej prób musisz wykonać, aby dobrać właściwe klucze do skrzyń?

A. 720 **B.** 360 **C.** 30 **D.** 180

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Liczba a to najmniejsza liczba pierwsza. Liczba b jest równa $\left(\sqrt{7}-1\right)^2+2\sqrt{7}$. Jakim procentem liczby a jest liczba b?

A. 250% **B.** 800% **C.** 200% **D.** 400%

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Pierwsza współrzędna punktu przecięcia prostych $x-y-m=0$ i $-2x-y+4=0$ jest dodatnia, gdy:

A. $m>-4$ **B.** $m>4$ **C.** $m<-4$ **D.** $m<4$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Do zbioru rozwiązań nierówności $-(x+5)(x-3)>0$ nie należy liczba:

A. 2 **B.** -3 **C.** 0 **D.** 3

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Wiadomo, że $x>0$ i mediana liczb $x, x+2, x+4, x+6, x+10, x+20$ jest równa 9. Zatem największa i najmniejsza z tych liczb różnią się o:

A. 5 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 24

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Na ile sposobów można włożyć dwie rękawiczki do czterech różnych szuflad?

A. 16 **B.** 8 **C.** 256 **D.** 32

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 12 i 5 obrócono wokół krótszego boku. Pole powierzchni bocznej tak otrzymanej bryły jest równe:

A. 60π **B.** 156π **C.** 240π **D.** 144π

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek: $\log_5 a=\log_4 a=2$ i $\log_8 c=1$. Wtedy $\sqrt{a+b+c}$ równa się:

A. 7 **B.** 17 **C.** $\sqrt{7}$ **D.** 1

Zadanie 24. (*1 pkt*)

Symetralna odcinka AB, gdzie $A=(-3,4)$, $B=(2,1)$, przecina oś OY w punkcie o współrzędnych:

A. $\left(\frac{10}{3},0\right)$ **B.** $(0,-2)$ **C.** $\left(0,\frac{10}{3}\right)$ **D.** $(-2,0)$

Zadanie 25. (*1 pkt*)

Pole powierzchni jednej ściany miedzianej kostki do gry jest równe $4\ \text{cm}^2$. Gęstość miedzi jest równa ok. $9\ \text{g/cm}^3$. Masa kostki jest równa około:

A. 144 g **B.** 72 g **C.** 36 g **D.** 216 g

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Drzewo wysokości 10 m rosnące na placu rzuca cień długości $10\sqrt{3}$ m. Oblicz miarę kąta, pod jakim promienie słoneczne padają do poziomu.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Trzeci wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4. Suma czterech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa 14. Oblicz a_{10}.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Rozwiąż równanie $(\cos x + \sin x)^2 - 2\sin x \cos x = 2\sin x$, wiedząc, że x jest kątem ostrym.

Zadanie 29. (*4 pkt*)

Pociąg osobowy mija obserwatora w ciągu 5 s, a obok peronu długości 300 m przejeżdża w ciągu 25 s. Oblicz długość pociągu i jego prędkość. Określ, jak długo pociąg będzie mijał stojący na równoległym torze pociąg towarowy długości 150 m.

Zadanie 30. (*4 pkt*)

Wykaż, że $\sin\alpha > \cos\alpha$, gdy $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ i $\mathrm{tg}^2\alpha - 3 = 0$.

Zadanie 31. (*5 pkt*)

Wartość użytkowa krosna maleje co roku o tę samą kwotę. Po ilu latach krosno straci wartość użytkową, jeżeli jego wartość po dziesięciu latach będzie cztery razy mniejsza niż po dwóch latach?

Zadanie 32. (*6 pkt*)

W jadalni znajduje się okrągły stół, przy którym może usiąść 6 osób. Pod ścianą stoi ława, na której również może usiąść 6 osób. Do jadalni wchodzi 6 osób, które najpierw w sposób losowy usiądą przy stole, a następnie na ławie.

Które z prawdopodobieństw jest większe: prawdopodobieństwo tego, że M i R będą sąsiadami, siadając przy stole, czy prawdopodobieństwo tego, że M i R będą sąsiadami, siadając na ławie?