ARKUSZ 21
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 20. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 21. do 29. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 20. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Wielomiany $W(x)=(x-2)(x+1)(x+2)+x$ i $P(x)=(a+b)x^3+x^2+(a-b)x-4$ są równe. Z tego wynika, że:

A. $a=1, b=2$ **B** $a=-1, b=-2$ **C.** $a=-1, b=2$ **D.** $a=2, b=-1$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Liczby $\sin 60°, \cos 60°, \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$ w podanej kolejności są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Kąt α jest kątem ostrym. Zatem jego miara jest równa:

A. $30°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $15°$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Liczba niewymiernych pierwiastków równania $x^3\log_3 9 - x = 0$ jest równa:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Układ równań $\begin{cases} 4x+5y=2 \\ 8x+10y=p \end{cases}$ dla $p=3$:

A. ma jedno rozwiązanie **B.** ma dwa rozwiązania
C. nie ma rozwiązania **D.** ma nieskończenie rozwiązań

Zadanie 5. (*1 pkt*)

W turnieju zapaśniczym rozegrano 36 walk. Każdy walczył z każdym dokładnie raz. Liczba zawodników biorących udział w turnieju to:

A. 9 **B.** 18 **C.** 8 **D.** 12

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Liczb pięciocyfrowych, które można zapisać tylko za pomocą cyfr 0 i 5, jest:

A. 5 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 32

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Liczby $\frac{\sqrt{7}-1}{6}$ i $\sqrt{7}+1$ to liczby:

A. przeciwne **B.** równe
C. wymierne **D.** będące swoimi odwrotnościami

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Liczba n jest liczbą naturalną większą od 1 i $\frac{n+1}{n-1}$ jest liczbą naturalną. Z tego wynika, że liczbą naturalną jest również liczba:

A. $\frac{3}{n+2}$ **B.** $\frac{6}{n}$ **C.** $\frac{n}{n+3}$ **D.** $\frac{1}{n+1}$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Suma pierwiastków wielomianu $W(x) = (x-1)(x-2)\cdot \ldots \cdot (x-99)(x-100)$ jest równa:

A. 100 **B.** 10000 **C.** 10100 **D.** 5050

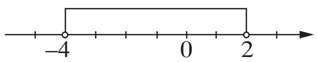
Zadanie 10. (*1 pkt*)

Punkty $A = (0,4)$ i $B = (6,0)$ są końcami odcinka AB. Prosta $y = x$ przecina odcinek AB w punkcie C. Wówczas liczba $\frac{|AC|}{|CB|}$ jest równa:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{52}}{10}$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Przedział przedstawiony na rysunku:



jest zbiorem rozwiązań nierówności:

A. $|x-1| < 3$ **B.** $|x+1| < 3$ **C.** $|x-1| > 3$ **D.** $|x+1| > 3$

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Piąty wyraz ciągu (a_n) określonego wzorem $a_n = \frac{3n-1}{2n+4}$ jest równy:

A. 1 **B.** 5 **C.** 10 **D.** 0,5

Zadanie 13. (*1 pkt*)

W puszce w kształcie walca o średnicy 10 cm mieści się 785 cm^3 soku. Przyjmij, że $\pi \approx 3{,}14$. Wtedy wysokość puszki jest równa około:

A. 2,5 cm **B.** 50 cm **C.** 25 cm **D.** 10 cm

Zadanie 14. (*1 pkt*)

W trapezie prostokątnym kąt ostry ma miarę 60°, a podstawy mają długości 6 i 9. Wysokość tego trapezu jest równa:

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 6 **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Przez kilka dni o godz. 12.00 mierzono temperaturę powietrza w miejscowości Tkaczewska Góra. Wyniki pomiarów zapisano w tabelce.

Temperatura w °C	−1	2	3
Liczba wskazań	5	m	2

Obliczono, że średnia temperatur wynosi 0,7°C.
Zatem liczba m jest równa:

A. 13 **B.** 4 **C.** 10 **D.** 3

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Liczba dodatnich wyrazów ciągu (a_n) określonego wzorem $a_n = 2 - \frac{1}{4}n$ jest równa:

A. 8 **B.** 7 **C.** 4 **D.** 16

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Prosta $y = ax + b$ przecina oś OX pod kątem $60°$, a oś OY w punkcie $(0, 2\sqrt{3})$. Wskaż punkt, który leży na tej prostej.

A. $P = (1, \sqrt{3})$ **B.** $P = (3\sqrt{3}, 1)$ **C.** $P = (-1, \sqrt{3})$ **D.** $P = (-\sqrt{3}, -1)$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Liczba $\left(\sqrt{3}\right)^{\sqrt{3}^{\sqrt[3]{64}}}$ jest liczbą:

A. naturalną mniejszą od 81

B. niewymierną mniejszą od 81

C. całkowitą większą od 81

D. niewymierną większą do 81

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Kod, który zapisany jest na karcie do bankomatu, składa się z czterech cyfr. Chcemy, aby prawdopodobieństwo odkrycia tego kodu zmniejszyło się stukrotnie. Ile jeszcze cyfr należy dopisać do kodu?

A. 1 **B.** 2 **C.** 100 **D.** 50

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Cyfra jedności liczby 2015^{2015} jest taka sama jak cyfra jedności liczby:

A. $5 \cdot 10^{2015}$ **B.** $\frac{10^{2015}}{5}$ **C.** $10^{2015} + 5$ **D.** $10^{2015} + 10^{2015}$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 21. do 29. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 21. (*2 pkt*)

Wierzchołkami trójkąta ABC są środki okręgów określonych równaniami: $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 7$, $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 3$, $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 22. (*2 pkt*)

Wykaż, że $\frac{997 \cdot 998 + 2}{997^2 + 999} = 1$.

Zadanie 23. (*2 pkt*)

Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyznę jest półkolem. Oblicz miarę kąta rozwarcia stożka.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

Pani Ela zamierza założyć lokatę, wpłacając do banku 10000 zł na okres jednego roku. Bank proponuje oprocentowanie kapitału 8% w stosunku rocznym, z kapitalizacją odsetek co kwartał. Oblicz, jaką kwotę (nie uwzględniając podatku) będzie mogła wypłacić pani Ela po roku.

Zadanie 25. (*2 pkt*)

January kopnął piłkę, która zakreśliła w powietrzu fragment toru opisanego równaniem $p(x) = 12x - \frac{2}{5}x^2$. Oblicz, na jaką największą wysokość wzniosła się piłka.

Zadanie 26. (*4 pkt*)

Wykaż, że $\frac{\sqrt{3}\,(x+y+z)}{2} > \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, gdy x, y, z są długościami boków dowolnego trójkąta.

Zadanie 27. (*6 pkt*)

Liczby x, y są liczbami naturalnymi, większymi od zera. Określ liczbę rozwiązań równania $(1-\sqrt{3})x+\left(2+\sqrt{3}\right)y=3$.

Zadanie 28. (*4 pkt*)

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy. Krawędź podstawy jest równa a. Oblicz pole powierzchni bocznej i sinus połowy kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa.

Zadanie 29. (*6 pkt*)

Posłaniec codziennie przebywa trasę w kształcie trójkąta równobocznego, którego wierzchołki stanowią miejscowości A, B, C. Z miejscowości A do miejscowości B posłaniec jedzie z prędkością 40 km/h. Z miejscowości B do miejscowości C jedzie z prędkością dwukrotnie większą. Średnia prędkość na całej trasie jest równa $55\frac{5}{13}$ km/h. Oblicz, z jaką prędkością jedzie posłaniec z miejscowości C do miejscowości A.